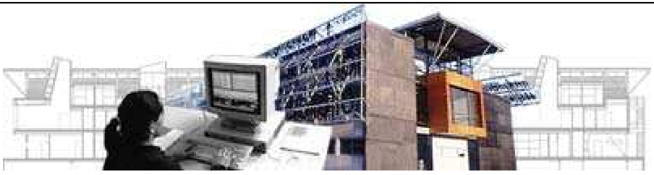
ESISAR 3ème Année d'études
AC- AC324: Commande des systèmes linéaires (rep interne)
Département **: AUTOMATIQUE**
web : http://koenig-damien.jimdo.com
e-mail : damien.koenig@esisar.grenoble-inp.fr



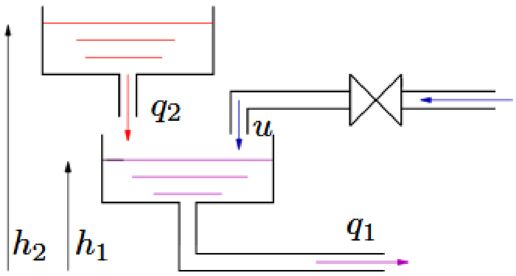
TD3 : COMMANDABILITE, OBSERVABILITE

Exercice I : Soit le système décrit par la représentation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= -2x_2 - 3x_3 + u \\ y &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

1. **Donner sa représentation d'état**
2. **Etudier la commandabilité et l'observabilité du système.**
3. **Calculer la fonction de transfert du système.**

Exercice II : On considère le système hydraulique suivant où la sortie est représenté par le niveau d'eau h1 et la commande en débit par u :



$$C_2 \frac{dh_2}{dt} = -q_2 = -\frac{h_2}{R_2}$$

$$C_1 \frac{dh_1}{dt} = q_2 - q_1 + u = \frac{h_2}{R_2} - \frac{h_1}{R_1} + u$$

1. **Donner sa représentation d'état**
2. **Etudier la commandabilité et l'observabilité du système.**

Exercice III : On considère le système décrit par le modèle suivant :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + (1+\alpha)\frac{dy}{dt} + \alpha y = u - \frac{du}{dt} \qquad (0\text{-}1)$$

1. **Donner les équations d'état de ce système en prenant les variables de phase comme composantes du vecteur d'état.**
2. **Ce système est - il complètement commandable ? Interpréter.**
3. **Ce système est - il complètement observable ? Interpréter.**
4. **Commande par retour d'état.**

On se place dans le cas où $\alpha > 0$. On effectue une commande par retour d'état positif de la forme :

$$u = Kx + hv_{ref} \qquad (0\text{-}2)$$

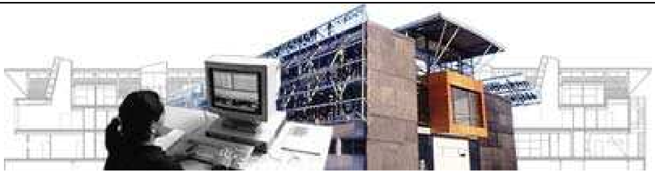
où K est une matrice et h un près-filtre.

4. 1 A quelles conditions sur les coefficients de K le système en boucle fermée est-il stable ?

4.2 On veut obtenir en boucle fermée une valeur propre réelle double λ_0=-2. Pour α=2 déterminer la matrice K solution du problème posé.

4.3 Déterminer h tel que le gain statique du transfert $\frac{y}{v_{ref}}$ soit unitaire.

ESISAR 5ème Année d'études
AC- AC321: Commande des systèmes linéaires (rep interne)
Département **: AUTOMATIQUE**
web : http://koenig-damien.jimdo.com
e-mail : damien.koenig@esisar.grenoble-inp.fr



Eléments de réponses

Exemple 1 : bacs d'eau

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & \frac{1}{R_2C_1} \\ 0 & -\frac{1}{R_2C_2} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} & -\frac{1}{R_1C_1^2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{rg}(\mathcal{C}) = 1$$

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{R_1C_1} & \frac{1}{R_2C_1} \end{bmatrix} \qquad \mathrm{rg}(\mathcal{O}) = 2$$