



Optimisation de la commande – TP (2 séances)

Commande H_2 de procédés

L'objectif de ces deux séances de travaux pratiques est de synthétiser et d'analyser, aussi bien en simulation qu'expérimentalement, le comportement d'une commande H_2 .

Pour cela, deux procédés sont utilisés :

- Un procédé thermique (régulation en température)
- Un procédé tergane (régulation en vitesse d'un moteur à courant continu).

Les fonctions de transfert en z de ces procédés sont identifiées et données ci-après :

Procédé thermique identifié avec une fréquence d'échantillonnage de 10 Hz :

$$H(z) = \frac{0,0298z + 0,0588}{z^4 - 1,3914z^3 + 0,4696z^2}$$

Procédé tergane identifié avec une fréquence d'échantillonnage de 50 Hz :

$$H(z) = \frac{0,725z - 0,1575}{z^2 - 0,2707z + 0,0127}$$

1. Travail préparatoire aux séances

Écrire sous forme de script Matlab, ou autre, les étapes suivantes permettant la construction de la commande H_2 :

1. Mise sous forme de représentation d'état (A, B, C) du modèle du système considéré (fonction tf2ss).
2. Ajout d'un état intégrateur pour rejeter les perturbations à variations lentes. On obtient alors un système augmenté sous forme d'état (A_a, B_a, C_a) .
3. Calcul du gain optimal du régulateur à horizon infini (fonction dlqr). Pour cela on aura défini les matrices de pondération de l'état Q_c et de la commande R_c . Rappeler le critère à minimiser.
4. Calcul du gain optimal de l'observateur à horizon infini (fonction dlqr en utilisant la dualité commande-observation). Pour cela on aura défini les matrices de pondération de l'état Q_o et de la sortie R_o .
5. Mise sous forme de représentation d'état $(A_{rst}, B_{rst}, C_{rst}, D_{rst})$ de la commande H_2 obtenue ayant pour entrées la consigne y_{ref} et la mesure de la sortie du procédé y , et comme sortie la commande u à appliquer au procédé.
6. Mise sous forme RST de la commande H_2 obtenue sous forme d'état (fonction ss2tf).
7. Calcul des polynômes utiles à l'analyse des performances (marge de gain, marge de phase, marge de module, fonctions de sensibilité, réponse à un échelon de l'entrée et de perturbation...).

2. Travail en séances

Les méthodes de commande optimales sont optimales au sens d'un critère minimisé du type :

$$\min_u J = \sum_{k=0}^{\infty} (x_k^T Q x_k + u_k^T R u_k)$$

La principale difficulté dans l'utilisation de ces méthodes de commande réside dans le choix des matrices de pondération Q et R .

Commande :

Au cours de ce TP, on propose de déterminer la commande u minimisant le critère énergétique suivant :

$$\min_u J_c = \sum_{k=0}^{\infty} (y_k^2 + z_k^2 + \alpha u_k^2)$$

sous la contrainte du système augmenté :

$$x_{a_{k+1}} = A_a x_{a_k} + B_a u_k + E_a y_{ref_k}$$

$$y_k = C_a x_{a_k}$$

où $x_a = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}$ est l'état du système augmenté, y est la sortie du procédé, z l'état intégrateur, u la commande et α un paramètre positif à choisir, afin d'obtenir le comportement désiré.

Observation :

Pour le calcul du gain optimal de l'observateur, on appliquera le principe de dualité. Montrer alors que les matrices de pondération Q_o et R_o associé au critère sont de la forme suivante: $Q_o = BB^T$ et $R_o = \beta I_p$ où n est la dimension de l'état, p est la dimension de la sortie, β est un paramètre positif à choisir afin d'obtenir le comportement désiré. L'observateur a pour objectif d'estimer l'état x , il sera alors construit à l'aide des matrices A , B et C et non celles du système augmenté.

$$\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + Bu_k + L(y_k - C\hat{x}_k)$$

Synthèse du régulateur/observateur optimal :

$$u_k = -K_1 \hat{x} - K_2 z_k$$

Travail demandé

Donner le script Matlab permettant la construction de la commande H_2 et en déduire le régulateur RST. Analyser les performances de votre commande pour différents jeux de pondération (α , β).

On prendra :

- 1) $\alpha=\beta=1$ (pour 10 et 100),
- 2) $\alpha=10\beta$,
- 3) $10\alpha=\beta$

Les valeurs de α et β sont à fixer tels que la bande passante du système bouclé soit proche du process.

1. Pour chacun des procédés, synthétiser une commande qui permet d'obtenir la réponse la plus rapide, à la fois, à un échelon de consigne et à un échelon de perturbation tout en assurant une marge de module au moins égale à 0,5.
2. Valider expérimentalement les commandes synthétisées et comparer les résultats à ceux obtenus en simulation.

Le compte-rendu portera :

- sur la construction de la commande H_2 et de son équivalent RST.
- sur l'analyse du compromis performance/robustesse (marge de module, fonctions de sensibilité, transfert de boucle, fonction de sensibilité complémentaire, réponse à un échelon, réponse à une perturbation ...).
- sur la comparaison entre simulations et résultats expérimentaux.
- Commenter également les choix des matrices de pondération et montrer leur influence sur le tracé des fonctions de sensibilité et transferts de boucle.

Connectique et réglages

Suivant le procédé utilisé, les réglages suivants devront être effectués :

- le gain de l'amplificateur de puissance du système tergane doit être réglé à 1 ;
- le ventilateur du système thermique doit être réglé à la vitesse minimale ;
- le système thermique sera mis en mode de commande continue.

En outre, suivant le procédé utilisé, les connexions suivantes seront effectuées :

Boîtier de connexions	générateur de signaux	Système tergane	Système thermique
entrée E0		sortie T, mesure de vitesse	sortie Y, mesure de température
entrée E1	sortie 50 Ω		
sortie S1		entrée ampli. de puissance	entrée A
masse	masse	masse	masse

Implémentation (voir en salle : dossier TEST d'une MANIP).

Remarque : Avant de tester votre commande, effectuer un simple test (voir point 3 du dossier TEST d'une MANIP).

Rappel de quelques fonctions matlab essentielles pour le bon déroulement de votre TP

Pour déduire une représentation d'état à partir de sa fonction de transfert

- $H(z) = \frac{0,0298z + 0,0588}{z^4 - 1,3914z^3 + 0,4696z^2}$

- L'écriture en $H(z^{-1})$ permet de déduire le retard pur z^{-3} : $H(z^{-1}) = \frac{0.00298z^{-3} + 0.0588z^{-4}}{1 - 1.3914z^{-1} + 0.4696z^{-2}}$

- `num = [0 0 0 0.0298 0.0588]; den = [1 -1.3914 0.4696 0 0]; G=nd2sys(num, den);`
`[A,B,C,D]=unpck(G); % Ou [A,B,C,D]=dtf2ss(num, den)`

Pour déterminer la commande H2 à temps discret

- `K=dlqr(A,B,Q,R)`

Passage Représentation d'état au RST (fonction de transfert) : fonction `ss2tf`

Calcul du produit de 2 polynômes B et R : `BR=conv(B,R)`;

Calcul du module de la fonction de sensibilité d'un RST

- `[moduleFctSensibilite, phaseFctSensibilite, w]=dbode(AS, AS+BR, Te)`;
- `MargeModule=inv(max(moduleFctSensibilite)); % > 0.5 (-6db)`

Simulink + process + cartes E/S

