



EXAMEN FINAL AC560 - JANVIER 2018

COMMANDE/OBSERVATION/DIAGNOSTIC PAR SYNTHESE H_∞

1 feuille A4 R/V autorisée. Toutes calculatrices autorisées. Durée : 1H30.

1 EXERCICE 1 : SYNTHESE D'UN OBSERVATEUR H_∞

On considère le système

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ew \\ y = Cx \end{cases} \quad (1)$$

et l'observateur identité associé :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (2)$$

1.1 Pour $w=0$ (perturbation inconnue), donner le gain L solution d'une LMI tel que l'erreur d'estimation d'état $e(t)$ soit asymptotiquement stable au sens de Liapounov. On posera pour fonction de Liapounov candidate la fonction :

$$V(e(t), t) = \frac{1}{2} e^T P e$$

Où $e(t)$ représente l'erreur d'estimation d'état, donnée par l'égalité $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ et P est une matrice définie positive obtenue par la résolution LMI que l'on cherche à établir.

1.2 Pour $w \neq 0$, on propose de minimiser la norme H_∞ du transfert suivant :

$$\min_{\gamma} \|H_{ew}\|_\infty < \gamma \quad (3)$$

Où H représente la fonction de transfert entre l'erreur d'estimation d'état e et la perturbation externe w (habituellement on prend une combinaison linéaire de l'état, mais ici pour simplifier on considèrera l'erreur e).

La solution de minimisation du transfert (3), revient à satisfaire l'inégalité suivante :

$$\dot{V} + e^T e - \gamma^2 w^T w < 0 \quad (4)$$

A partir des relations (4), (2) et (1) déterminer la LMI solution du critère (3).

1.3 Donner le gain littéral L solution du problème.

1.4 Donner la fonction de Sensibilité littérale entre l'erreur d'estimation d'état e et la perturbation w . On posera la représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{e} = f(e, w) \\ e = Ie \end{cases} \quad (5)$$

2 PROBLEME

On considère le système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{p+3}$ perturbé en entrée par un biais constant $d=1$. On

demande de déterminer par retour de sortie dynamique le correcteur $K(s)$ assurant les performances suivantes :



- ◆ BP : $\omega_c = 3rd / s$
- ◆ Marge de module : 0.5
- ◆ Gain entre la référence et la commande inférieure à 2 pour tout w
- ◆ Suivi de consigne avec une erreur statique inférieure à 1%
- ◆ Rejet de la perturbation d
- ◆ Rejet de la perturbation d

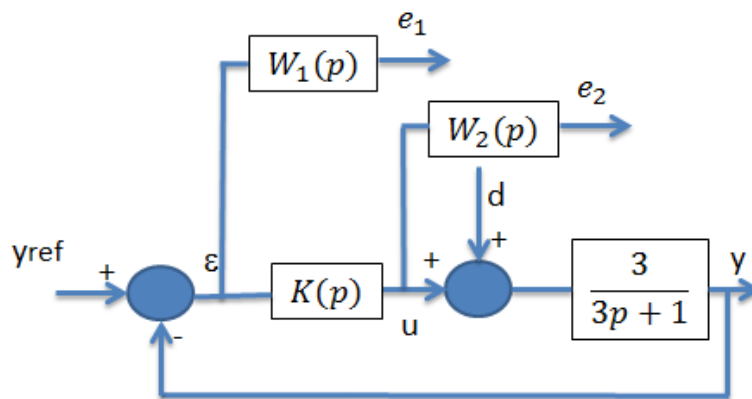


Fig. 1 : Boucle de régulation + filtres de pondération

- 2.1 Donner les gabarits w_1 et w_2 et tracer les modules des fonctions $1/w_1$ et $1/w_2$
- 2.2 Dédire les représentations d'états associés aux filtres w_1 et w_2
- 2.3 Mettre la fig. (1) sous la représentation d'un problème H_∞ standard et en déduire la représentation d'état du système augmenté $P(s)$ et compléter les points ?

$$P(s) := \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ? \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ? \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \\ ? = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ ? \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} u + \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \end{cases}$$

- 2.4 Connaissant $K(p)$ et le process $G(p) = \frac{1}{p+3} = \frac{3}{3p+1}$, donner la fonction de Sensibilité littérale $S_{\epsilon d}(p)$.
- 2.5 Pourquoi avoir ajouté les filtres W_1 et W_2 ?
- 2.6 Que faut-il ajouter dans la synthèse pour limiter l'influence des dynamiques hautes fréquences sur la commande u .

Les portes de l'avenir sont ouvertes à ceux qui savent les pousser.

Merci pour ces belles années. Damien