ESISAR 5ème Année d'études
Module AC-560 : Commande par synthèse H∞
Département **: AUTOMATIQUE**
web : http://koenig-damien.jimdo.com
e-mail : damien.koenig@esisar.grenoble-inp.fr

EXAMEN FINAL AC560 - JANVIER 2017

COMMANDE/OBSERVATION/DIAGNOSTIC PAR SYNTHESE H∞

1 feuille A4 R/V autorisée. Toutes calculatrices autorisées. Durée : 1H30.

1 EXERCICE LMI

Soit le système

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1}$$

et le correcteur $u(t) = -Kx(t)$ où K est déterminé tel que la solution $P=P^T>0$ de la fonction de Liapounov

$$V(t) = \frac{1}{2} x^T P x > 0 \tag{2}$$

vérifie l'inégalité suivante

$$\dot{V}(t) < -\frac{1}{2}\left(x^T Q x + u^T R u\right) \tag{3}$$

où Q > 0 et R > 0 sont des matrices de pondération connues, données par le designer.

1.1 Intégrez l'inégalité (3) de 0 à Tf et montrer que V(0) est supérieur à la somme des coûts intermédiaires de 0 à Tf + le coût à l'instant Tf exprimé par V(Tf)

1.2 Quel est l'intérêt de poser l'inégalité (3) ?

1.3 Montrer simplement pourquoi l'inégalité (3) assure la stabilité au sens de Lyapunov.

1.4 Montrer que la LMI solution du problème est donnée par l'inégalité en X et U suivante :

$$\begin{bmatrix} (AX-BU)^T + AX - BU & X & U^T \\ * & -Q^{-1} & 0 \\ * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0 \text{ où } X = P^{-1} \quad et \quad U = KX$$

1.5 Montrer que l'élément (1,1) de la LMI ci-dessus assure la stabilité du système bouclé.

2 PROBLEME

On considère le système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{p+5}$ perturbé en entrée par un biais constant d=1. On demande de déterminer par retour de sortie dynamique le correcteur K(s) assurant les performances suivantes :

- BP : $\omega_c = 5 rd/s$
- Marge de module : 0.5

- Gain entre la référence et la commande inférieure à 2 pour tout w
- Suivi de consigne avec une erreur statique inférieure à 1%
- Rejet de la perturbation d

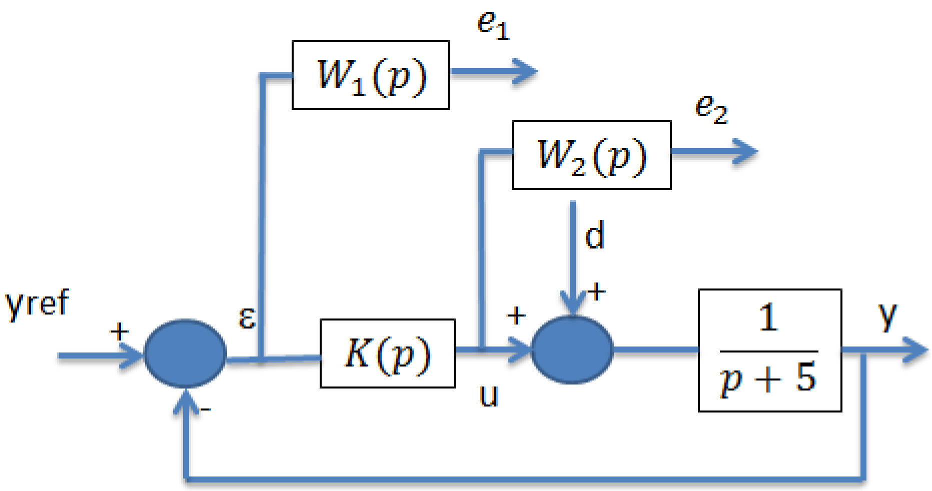


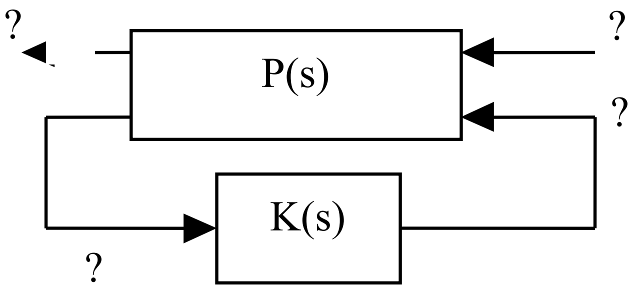
Fig. 1 : Boucle de régulation + filtres de pondération

2.1 Donner les gabarits w_1 et w_2 et tracer les modules des fonctions 1/w1 et 1/w2

2.2 Déduire les représentations d'états associés aux filtres w_1 et w_2

2.3 Mettre la fig. (1) sous la représentation d'un problème H_∞ standard et en déduire la représentation d'état du système augmenté P(s) et compléter les points ?

$$P(s) := \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ ? \end{pmatrix} = (?)\begin{pmatrix} x \\ ? \end{pmatrix} + (?)u + (?)\begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} = (?)\begin{pmatrix} x \\ ? \end{pmatrix} + (?)u + (?)\begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \\ ? = (?)\begin{pmatrix} x \\ ? \end{pmatrix} + (?)u + (?)\begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix} \end{cases}$$



2.4 Que faut-il ajouter dans la synthèse pour limiter l'influence des dynamiques hautes fréquences sur la commande u.

Les portes de l'avenir sont ouvertes à ceux qui savent les pousser.

Merci pour ces belles années. Damien

Elements de réponse

$$\dot{V}(t) < -\frac{1}{2}\left(x^T Qx + u^T Ru\right)$$

$$\Leftrightarrow (A-BK)^T P + P(A-BK) + Q + K^T RK < 0$$

$$\Leftrightarrow X(A-BK)^T + (A-BK)X + XQX + XK^T RKX < 0 \quad \text{où } X = P^{-1}$$

$$\Leftrightarrow (AX-BU)^T + AX - BU + XQX + U^T RU < 0 \quad \text{où } U = KX$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} (AX-BU)^T + AX - BU & X & U^T \\ * & -Q^{-1} & 0 \\ * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0$$