ESISAR 4ème ANNEE D'ETUDES

Module AC-431 : Commande Optimale

Département : AUTOMATIQUE

Damien Koenig : http://koenig-damien.jimdo.com

TD2 : Principe d'optimalité et Proposition de Critère

Principe d'optimalité de Bellman et programmation dynamique

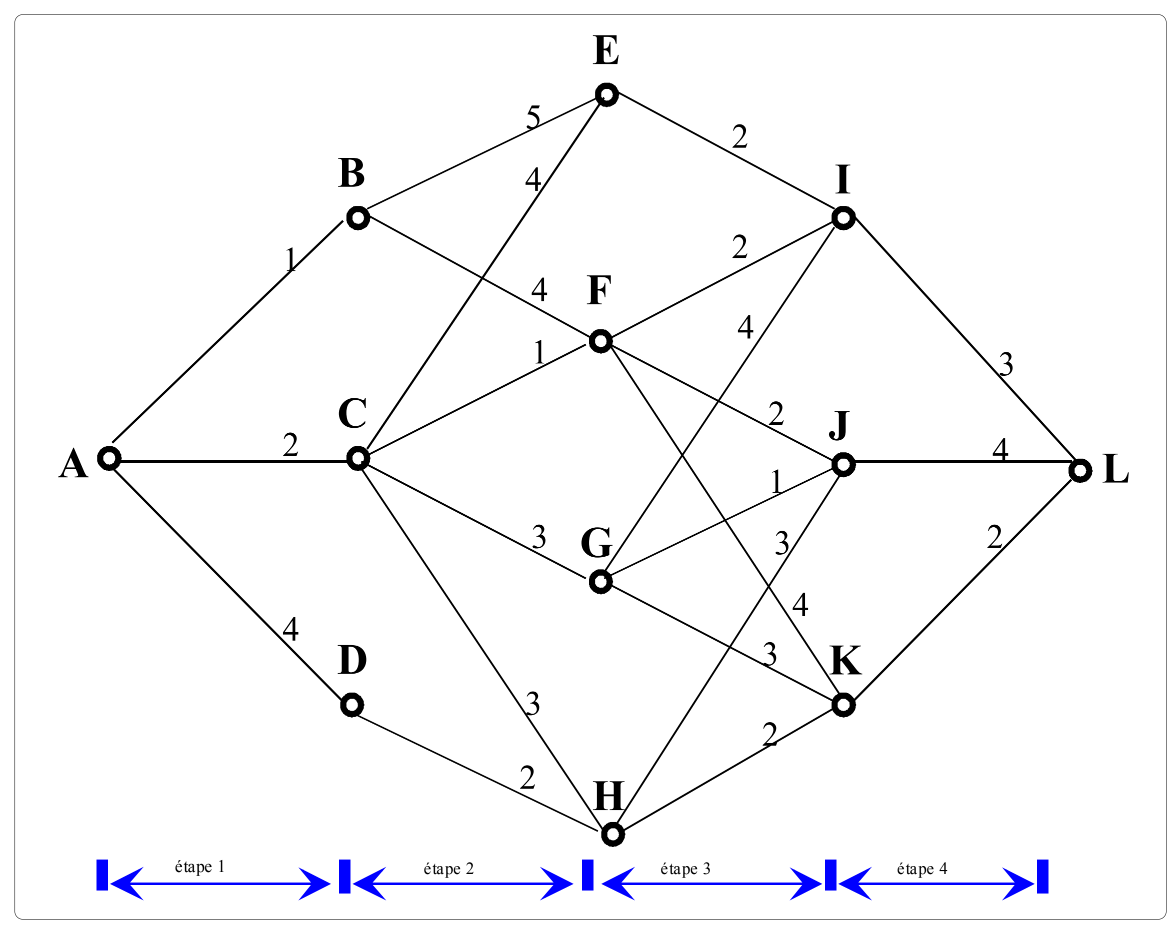
De façon générale, la programmation dynamique s'applique aux problèmes vérifiant le principe d'optimalité :

> "Une politique optimale est telle que, quels que soient l'état initial et la décision initiale, les décisions suivantes doivent constituer une politique optimale par rapport à l'état résultant de la première décision ".

A l'aide de ce principe, un problème complexe peut être décomposé en une suite de problèmes élémentaires.

Exemple d'application :

Déterminer le trajet le moins coûteux pour relier deux villes en quatre étapes.



2 ETUDE DE CAS : CONTROLE OPTIMALE D'UN MICRO SATELLITE PAR MAGNETOCOUPLEURS

I PRESENTATION GENERALE :

Envisageons par exemple le cas d'un micro satellite, stabilisé par gradient de gravité et des magnéto coupleurs, interagissant avec le champ magnétique terrestre B(t) existant à l'endroit où se trouve le satellite à l'instant t.

LA COMMANDE consiste à créer dans le satellite un moment magnétique m

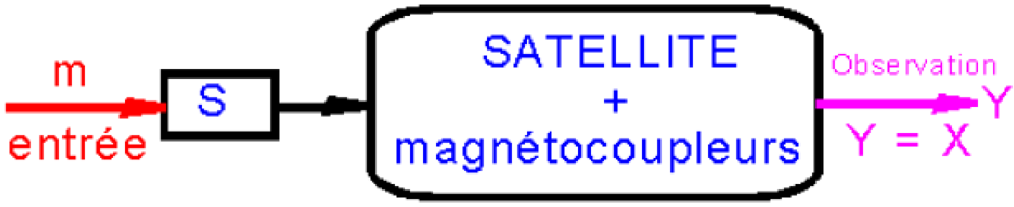
$$m = (m_x\ m_y\ m_z)^T$$

par une électronique appropriée, pilotée par des capteurs et une informatique de traitement des mesures et de génération de la commande (problème de bruits, filtrage de Kalman pour le calcul de l'estimation des mesures des angles et des vitesses angulaires, commande par matrice de contre-réaction). Des courants sont alors générés et envoyés dans des bobines.

Voici la forme des équations générales adaptées au cas particulier des magnétocoupleurs, sous forme d'équation d'état.

$$\dot{X} = AX + BS(t)U = AX + B^*(t)U$$
$$Y = CX + DS(t)U = CX + D^*(t)U$$

correspondant au diagramme fonctionnel suivant :



où $X = [\Phi \quad \dot{\Phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi}]^T$ représente les angles de roulis, lacet, tangage et les vitesses angulaires.

B désigne ici la matrice d'entrée du satellite et non le champ magnétique terrestre.

On supposera que Y = X soit C = I et D* = 0.

Dans le cas du satellite A et B sont des matrices invariantes, à la différence de B*=BS qui dépend d'une matrice S(t) fonction du temps par l'intermédiaire du champ magnétique terrestre, mais également des angles de roulis, lacet, tangage

$$S = \frac{1}{|\vec{B}|}\begin{bmatrix} -B_y^2 - B_z^2 & B_xB_y & B_xB_z \\ B_xB_y & -B_x^2 - B_z^2 & B_yB_z \\ B_xB_z & B_xB_z & -B_x^2 - B_y^2 \end{bmatrix}$$

PROBLEME DE LA COMMANDE OPTIMALE :

On souhaite piloter (grâce à la commande U) le système de manière à ce qu'il satisfasse de la meilleure façon possible des spécifications portant sur le vecteur d'état et la consommation énergétique, au sens d'un certain critère à formuler de manière explicite. Par exemple, pour notre micro-satellite suite à une perturbation ou sous l'effet de perturbations toujours présentes, on désire un retour à la position pointage Terre le plus rapide possible, avec le plus de précision possible, une consommation minimale d'énergie et une stabilisation durable.

Il nous faudra donc exprimer cette idée et naturellement accepter peut-être de privilégier la précision au détriment de la consommation d'énergie ou le contraire suivant les spécifications de la mission et le coût maximum des équipements. En un sens il nous faudra pondérer les qualités souhaitées.

2.1 Questions :

2.1.1. Donner le critère permettant de traduire la convergence vers un état final souhaité, où la position finale idéale est la forme d'un vecteur connu, $\lambda(t1)$ avec t1 l'instant final.

2.1.2. Quantifier ce coût final pour garantir la plus grande précision sur l'angle Φ, puis une précision moindre sur $\dot{\Phi}$ puis une précision moindre sur θ (laquelle est moindre que celle donnée pour $\dot{\Phi}$), puis une précision moindre sur $\dot{\theta}$ (laquelle est moindre que celle donnée pour θ), puis une précision moindre sur ψ (laquelle est moindre que celle donnée pour $\dot{\theta}$) puis une précision moindre sur $\dot{\psi}$ (laquelle est moindre que celle donnée pour ψ).

2.1.3. Que vaut $\lambda(t1)$ dans le cas particulier qui nous occupe et dans lequel, il est souhaité un retour vers 0 du vecteur d'état.

2.1.4. Comment traduire que le vecteur d'état du système soit aussi proche que possible d'une solution prédéterminée $\lambda(t)$?

2.1.5. Comment traduire la consommation d'énergie?

2.1.6. Donner la formulation générale du critère

2.1.7. Ecrire l'Hamiltonien solution du problème (Bonus)