ESISAR 4ème ANNEE D'ETUDES Département : AUTOMATIQUE Damien KOENIG : Exam AC431 http://koenig-damien.jimdo.com	COMMANDE OPTIMALE 2018 Une feuille A4 Recto/Verso avec contenu manuscrit libre et une calculatrice. Durée de l'épreuve : 1h30

EXAMEN: AC 431

1 OPTIMISATION EN TEMPS CONTINU

On considère le problème de commande optimale en boucle fermée :

$$\min_u \frac{1}{2}\int_0^\infty \left(x^2+\beta u^2\right)dt \text{ sous la contrainte non linéaire } \dot{x}=-x+xu .$$

a) Déterminer par maximisation de l'hamiltonien, l'expression de la commande optimale u pour β=1.

b) Montrer que seule la solution positive de l'équation de Riccati est asymptotiquement stabilisante.

c) Déterminer par maximisation de l'hamiltonien, l'expression de la commande optimale u pour β→∝.

d) Conclure.

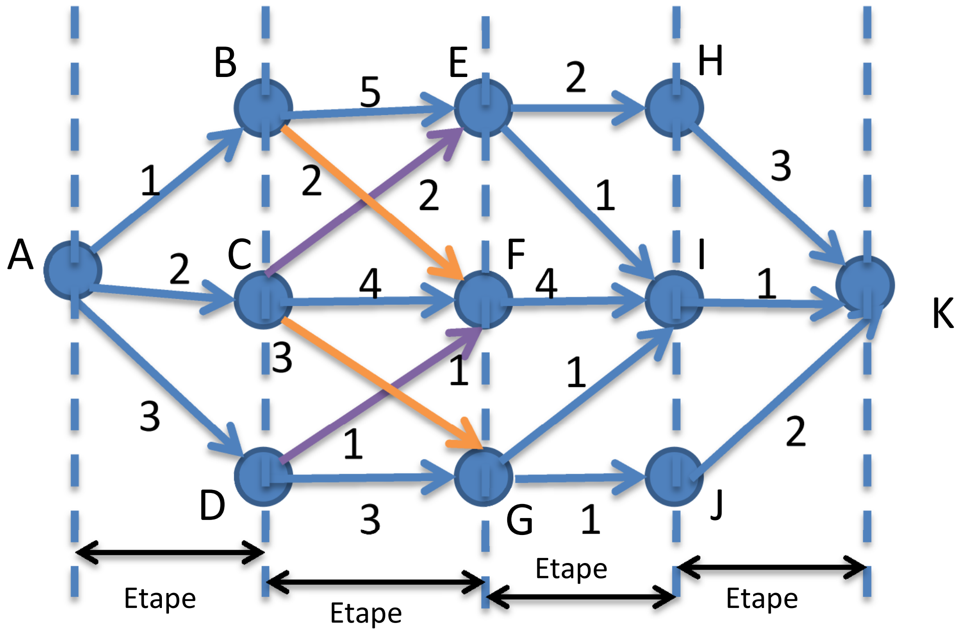
Rappel : On considère le système général $\dot{x}=f(x,u,t)$ et le critère à minimiser $J=\int_0^T L(x,u,t)dt$, l'Hamiltonien solution du problème d'optimisation est donné par $H=-L(x,u,t)+p_x^T f(x,u,t)$ où p_x est le vecteur des variables adjointes associé au système. La résolution du pb de commande optimale est donnée par :

$$\dot{x}=\frac{\partial H}{\partial p_x},\ \dot{p}_x=-\frac{\partial H}{\partial x},\ \left.\frac{\partial H}{\partial u}\right|_{u=u^*}=0\ ,\ \frac{\partial^2 H}{\partial u^2}<0 .$$

2 PLUS COURT CHEMIN :

"Une politique optimale est telle que, quels que soient l'état initial et la décision initiale, les décisions suivantes doivent constituer une politique optimale par rapport à l'état résultant de la première décision ".

A l'aide de ce principe, un problème complexe peut être décomposé en une suite de problèmes élémentaires. Déterminer selon ce principe, le trajet le moins coûteux pour relier les villes A et K en quatre étapes. Sur chaque arc est indiqué le coût pour le relier un point à un autre.



3 QUESTION DE COURS :

On considère le système LTI suivant : $\dot{x} = Ax + Bu$, $y = Cx$ avec pour une erreur de poursuite $\varepsilon = y_{ref} - y$

3.1 Donner le critère de commande en temps minimum

3.2 Donner le critère à minimiser pour un problème de poursuite $y_{ref}(t)$ à horizon fini

4 EXERCICE OBSERVATEUR LQ

On considère le système : $\dot{x} = -x + u + w \quad et \quad y = x + v$ où w et v sont des bruits blancs de moyennes nulles et de variances W=3 et V=1 respectivement.

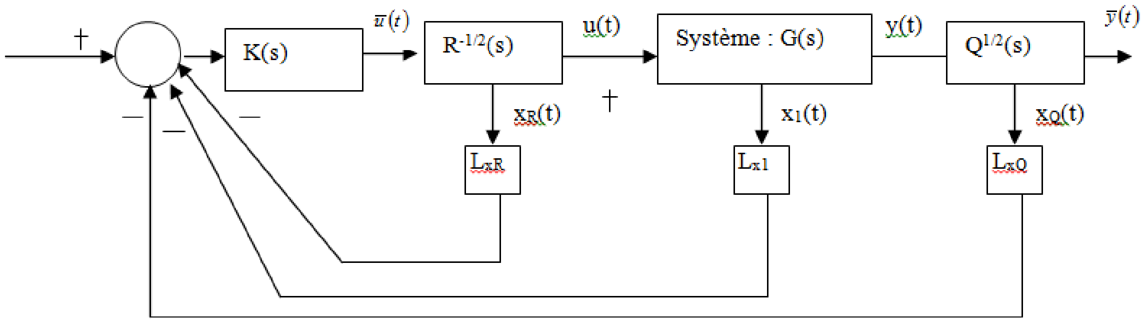
4.1 Donner selon principe de dualité le gain L et l'équation de Riccati de l'observateur pour un horizon infini.

4.2 Si W >> V que se passe-t-il au niveau de la bande passante de l'observateur.

5 EXERCICE : REGULATEUR LQ A PONDERATIONS FREQUENTIELLES

On considère système $\dot{x} = Ax + Bu + w \quad et \quad y = Cx + v$ où A=-1, B=1, C=1. On souhaite réguler le système en minimisant le critère à pondérations fréquentielles $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[Q(jw)|y(jw)|^2 + R(jw)|u(jw)|^2\right]dw$

5.1 Donner la fonction de transfert que doit vérifier le filtre $(Q/R)^{1/2}$ pour conserver une bande passante de 1 rd/s et pour minimiser l'influence des perturbations constantes.



5.2 Tracer les modules des fonctions suivantes et expliquer votre choix :

- **G(p)=y/u,** **$(Q/R)^{1/2}$,** $G(p)\times\left(\frac{Q}{R}\right)^{1/2}$, $\dfrac{G(p)\times\left(\frac{Q}{R}\right)^{1/2}}{1+G(p)\times\left(\frac{Q}{R}\right)^{1/2}}$ **et** $\dfrac{1}{1+G(p)\times\left(\frac{Q}{R}\right)^{1/2}}$

Merci pour votre écoute et au plaisir d'avoir partagé sans prétention qlq unes de mes connaissances en Automatique. Joyeux noël.